



TITLE:

場の量子論と非平衡・不可逆過程
(基研短期研究会「進化の力学への
場の理論的アプローチ」報告,研究会報告)

AUTHOR(S):

小嶋, 泉

CITATION:

小嶋, 泉. 場の量子論と非平衡・不可逆過程(基研短期研究会「進化の力学への場の理論的アプローチ」報告,研究会報告). 物性研究 1987, 47(5): 408-421

ISSUE DATE:

1987-02-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/92414>

RIGHT:

研究会報告

森川雅博（京大理）：重力場の粒子生成に伴う揺動的反作用

阪上雅昭（広大理論研）：Evolution of Pure State into Mixed State in de Sitter Spacetime

佐々木節（広大理論研）：Large Scale Quantum Fluctuations in the Inflationary Universe

10月4日

○並木美喜雄（早大理工）：量子力学の原理的諸問題と将来展望

○町田茂（京大理）：量子論の観測的問題とその周辺

柳瀬陸男（上智大理工）：観測の理論へのコメント

○小沢正直（名大教養）：量子力学的観測とBoole値解析学

福田礼次郎：マクロな系のHilbert spaceの構造と観測の理論

関根克彦（明星大理工）：AB効果とホモトピー群

世話人：

並木美喜雄（早大理工）

鈴木増雄（東大理）

細谷暁夫（阪大理）

福田礼次郎（慶大理工）

佐々木節（広大理論研）

坂本真人（九大理）

田畑謙二（京大工）

森川雅博（京大理）

小嶋泉（京大数研研）

場の量子論と非平衡・不可逆過程

京大・数研 小嶋 泉

1. はじめに

この研究会の「進化の力学への場の理論的アプローチ」という耳慣れない名称と、宇宙論・物性論・場の理論・観測理論からlogic亘って一見脈絡なく並んで見えるテーマの配列には、戸惑いや疑問を感じられる方も多いかもしれない。それに答えるのに、私ごとき駆出しがあれこれの大義名分をふりかざしたのでは、口幅ったい僭越とのそしりも免れないだろう。しかし、一応企画に加わった「言い出しっぺ」の一人という事情もあるので、はじめに、この研究会の趣旨、その目指す目標について少し述べておきたい。（勿論、これは、あくまで私個人の主観的な立場に基くものであって、報告者の方々の講演内容をまで拘束するものではないことをお断りしておく。）

「基調報告」という形で世話人から講演を依頼したテーマは、宇宙論、相転移、協力現象、巨視的量子効果、観測理論及びそれに関連したlogic、の5つであり、たしかに、それらは非常に異なった対象領域

にまたがっている。これらの内容と、「進化の力学」や「場の理論的アプローチ」という標語とがどう関係するかという問題には、多少説明が必要になるが、上記の異なった諸テーマを結びつける我々の共通な視点を一言でまとめるなら、マイクロとマクロの関係とその相互移行をどう統一的に理解するかということになる。

これは、それぞれの個別領域での研究課題に即して形成されてきた問題意識における、現時点での極めて大まかな共通項にすぎず、各領域でのその具体的形態には非常に大きな variety がみられる。一つの現象領域で得られた概念・方法を、その成立条件に対する十分な吟味なく機械的に他領域へ移すことには、空疎な結果と誤謬を生ずる危険が伴うものであり、質的に異なった諸テーマの単純な融合を、性急にこの研究会で目指そうとするものではない。その趣旨は、マイクロマクロ間の階層移行という共通問題に関して、異なる諸分野での到達点、そこで開発された理論的手法、重要な未解決問題等を相互交流し、それを通じて各分野での具体的課題に即した研究の深化を図ることにある。

同時に、この階層移行の問題が、非常に多くの異なる諸分野に亘って同時多発的に顕在化しつつある現在の特徴的状況には、より長期的な観点から然るべき注意を払う必要があるだろう。その背後には、物理学の現在の発展段階が要求する《個別分野の深化を通じての統合化》への大きな流れがあるからである。例えば、私自身の問題意識に即して素粒子論から出発すれば、基本構成子模型と gauge principle の確立に基いて、諸力の統一から物質と力の場の統一、更には時空と物質の統一への展望まで含んだ “unification program” が問題となる。それを通じて、従来専ら microphysics にのみかかわってきた素粒子論が、時空構造と物質の存在形態の dynamical な関連を議論し始め、宇宙進化や量子重力の問題へ導かれてきたことは、ひとつの必然的帰結といえよう。素粒子論プロパーの主流は、今や superstring 理論による超マイクロ・スケール＝Planck scale での unification of “everything” に関心を移してしまった感があるが、この “unification” ということの中味には、もう少し違ったニュアンスで、自然の統一的総合的記述という方向も本来含まれていたはずではなかろうか？即ち、マイクロ世界での統一的描像から逆に遡って、マクロ世界の多様な階層的構造とその時間的進化の過程を理論的に再構成するという課題である。明らかに、これは一個別分野としての素粒子論の枠内におさまる問題ではありえず、原理的には、物理学のすべての分野（或いは、すべての科学?!）を巻込むことになる。勿論、すべての現象を素粒子論に結びつけることは、それこそ「原理的に」不可能なことであるし、また無意味なことでもあろう。しかし、階層移行という視点を “unification” の問題に重ね合せるならば、スケール（時間、空間、相互作用の）の変動に伴う物理理論間の移行を統制する一般的 logic の問題としてこれを把握直すことができよう。即ち素粒子論の枠内だけでも、非常に多数のスケールとその間の移行関係（decoupling theorem, effective Lagrangians, etc.）が問題となってきた以上、その解明は実際問題としても重要である。それなしには、「窮極的」な microphysics のみが「本物」で、マクロ現象はすべてそれから「便宜的な」粗視化の操作で得られる「仮象」にすぎないと見たり、或いは、2つのレベルを切離して各々を別個に理解することで満足し、多数の ‘effective theories’ が如何なる意味で ‘effective’ かを問うことなく、現象との best fit だけに終始することにもなりかねない。

勿論、スケールによる物理理論の移行ということ自体は何も事新しいものではなく、物理屋の頭の中で

は常に直観的にも処理されているはずの問題である。極論すれば、優れた物理学者の物理的センスとは、問題とする現象領域において、そこでの最も本質的かつ普遍的な自由度を探し出し選び出す「勘」の良さにかかっているというべきかもしれない。常に問題が1つの「階層」内で閉じうるものならば、従来通りこのスケールの問題を各人の直観に委ねておいてもすむだろう。しかし、今重要なことは、2つ以上の異なるレベルの接合関係そのものを明示化して、意識的に論ずることを要求する一群のタイプの問題が、最近の急速な理論・実験の進展を背景に、物理学の数多くの分野に亘って顕在化していることである。これは、素粒子論と宇宙論の交流を通じて出てきた、量子ゆらぎとマクロの高次構造形成との関連や「宇宙全体」への量子論の適用可能性の問題（量子重力やHawkingの「宇宙波動函数」、etc.）に限ったことではない。SQUID等による巨視的量子効果の実験的検証、超微細加工技術の発展がもたらす種々の新しい量子現象、理論・実験両面からのsupportによりかつての思考実験のみに基く哲学的議論の色彩を払拭した観測理論、レーザーから生物をも巻込む協同現象の物理、等々枚挙に暇がない。1983年に次いで先頃第2回目が開かれた国際シンポジウム《量子力学の基礎》には、こうした動きが反映されており、《ミクロとマクロの相互関連と移行》というこの一般的問題が、単なる理論的研究対象の域を脱して、実験との活発な交流を持ち始めたことを示している。これは、今後の理論発展を支える物質的基礎としてきわめて重要なことと思われる。

2. 非対称性変換——《力学／進化》、《ミクロ／マクロ》の相互関係への1つの視点

さて、ライトモチーフは明らかになったとしても、まだ疑問は残っている——なぜ「進化の力学」か？「進化」と「力学」は矛盾しないのか？どうして「場の理論的アプローチ」なのか？等々。

この問いに答えようとする、個別分野の具体的内容を越えたレベルでの抽象的議論に或る程度まで立入らざるをえず、現状では、「絵のない額縁」，“*metaphysics*”に陥る危険も大きいことを十分留意しなければならない。しかし、単なる異分野間の「交流」に終わらせることなく、より高次のレベルでの理論的統合の可能性を探る努力もなされて然るべきだとすれば、その方向への「イメージ」を語ることにこそそれなりの意味はあるだろう。それを一言で図式化するというならば、従来の「対称性」の概念に必ずしも限定されない一般的な或る非対称性変換によって相互に結ばれた、それ自身で内部構造をもつ複数の‘objects’の集まりとして、2つの異なるレベルの関係を把える視点である。これだけでは、あまりに抽象的で内容がつかめないから、もう少し具体的にみよう。

即に述べたように、我々のmain themeは《ミクロとマクロの関係》、もう少し一般的に、《異なるスケール・階層の接触、相互関連と移行》の問題である。これは、素粒子論のunification scheme 中の、統一的相互作用の「分化」とそこから生ずるeffective theoriesの位置づけ、decoupling theoremとそれに基くobservablesの構造変化や、宇宙進化でのゆらぎと構造形成の関係、散逸性・不可逆性の由来、等々の整合的・統一的理解を求めてとり上げた視点であった。前者では、くりこみ群変換のようなスケールを変える変換操作に伴って理論がどう動くかを問題にするわけであるが、スケールの違いによる自然の階層的構造ということを前提すれば、これは、その「共時的な」断面を見ていることになる。「進化」とは、この階層構造の「通時的な」、chronologicalな理解、その形成のメカニズムそのものの解明

にかかわる。膨張宇宙の進化における時間発展が時間並進不変性を破るように、異なるスケール、質量、結合定数をもつ（同タイプの）異なる理論を結びつけるくりこみ群変換もまた、理論の「対称性変換」ではない。物理学の理論における symmetry 概念の重要性は勿論否定すべくもないが、異なるスケール間の移行関係や宇宙進化の議論にはそれだけでは足りず、非対称性変換（のうちの或るクラスのものの）を系統的に扱う枠組が必要である。「本来」対称的であるべき理論が真空の choice や量子化操作のせいで破れたとする《対称性の自発的破れ》や《gauge anomaly》の考えは、こうした方向への中間的な一歩ともいうべきものかもしれない。そこで得られる重要な見方は、縮退の結果生ずる“family of states” 或いは“Hilbert bundle” [1] という概念である。order parameter や背景ゲージ場の 1 つの configuration 毎に「真空」が 1 つ定まり、破れた対称性変換は 1 つの「真空」上の理論をそれとはユニタリー非同値な別の「真空」上の理論へ移す。これは幾何学的には、homogeneous bundle の構造であり、より一般的な非対称性変換の枠組として、fibre bundle 様の構造を我々にイメージさせる。変換群の下での不変性・共変性によって幾何学的性質を同定した Klein の「固い」幾何学（群・等質空間）に対して、それを fibre への群作用によって局所的に取込みつつ、fibres の非自明なつながり方としての global な性質を問題にする fibre bundle 的な Cartan 幾何学を対置するならば、時間発展の概念までも時間並進対称性に還元して把えてきた従来の場の量子論は Klein 幾何に比すべき「局所理論」といえよう。それに対して、我々が今求めているのは、非可換性を伴う量子論の段階における Cartan 幾何学というべきものかもしれない。実際、町田・並木・荒木の観測理論 [2] における波束の収縮で重要な役割を演ずる連続的超選択則も、マクロ対象の fuzzy な記述に由来する bundle 構造にはかならない。ここで興味深いのは、ミクロ系の dynamics は各 fibre (= sector) の中でユニタリー性を保って記述され、非因果的な state change = 波束の収縮は、ミクロの自由度と超選択則を与えるマクロ変数との coupling を通じて、観測 = マクロ化のレベルで実現されるという構造である。

勿論、後で述べる宇宙論の文脈での曲がった時空における場の理論のように、文字通りの fibre bundle 構造では必ずしもうまく fit しない可能性もあり、もっと拡張した意味で柔軟に把える必要があるが、このような枠組によって「進化」と「力学」の内容的な「矛盾」が克服される可能性に注目したい。一般に、反復性のない現象に対して科学は成立しないと言われ、それは確かにその通りなのだが、しかし、これを額面通りに受け止めたのでは、宇宙進化などという一回性の現象を物理学が議論することはそもそも不可能になる。けれども、上に見たような形で、ミクロ・レベルでの反復的な「力学」を‘fibre’の中に把え、反復事象の集積効果として実現される「進化」を‘fibres’の集まりが形成する非反復的・非対称的な global structure として記述するような首尾一貫した枠組があり得るならば、「進化」を「力学」と矛盾することなく、むしろ両者を「相補的」なものとして合理的に扱う道が開かれることになるだろう。その際、異なる‘fibres’を‘local’に「貼り合わせる」操作が重要であるが、それが即ち、「非対称性変換」の役割だろう。こうした枠組を考えることは決してないものねだりではないと思う。「進化」と直接的には関係のないくりこみ群変換のようなものが既にこうした構造を implicit に含んでいるわけであるし、再び幾何学に範を求めるならば、cohomology や分類空間の概念、特に最近の superstring 理論で重要になっている Riemann 面の Teichmüller 空間や代数幾何学での moduli の概念等が、そうした先例を与えているの

ではなかろうか？

「進化の力学」という言葉の表面的由来が、我々の場合宇宙進化にあることは事実としても、上のような視点からは、それを chronological な意味での宇宙進化に限定する必要は必ずしもなく、相転移現象の動的取扱いにおける時間変化や温度・圧力等の環境因子の変化への応答とみることもできるし、異なる階層間の移行としてくりこみ群「的」な見方で扱うことも許されるだろう。もっと抽象化するならば、小沢正直氏（「量子力学的観測とBoole値解析学」）が町田・並木・荒木理論の場合に柳瀬睦男先生の示唆[3]に沿って明らかにされたように、これは自然現象記述に際して我々が採用する‘logics’の相互関係とその選択の問題にまで遡り得ることにもなると思われる。どのような選択が正しいかは、古典物理学から量子論への移行の場合のように、a prioriにきまるものではなく、実験事実によって検証されるべき問題に属する。上の観測理論の場合には、マクロ性の規定をどう与えるかということが本質的だが、これも、巨視的量子効果の問題や最近の新しい実験（例えば Rauch の長波長中性子干渉実験）等に照らして理解を深めることが重要と思われる。

最後に、「何故場の理論的アプローチか？」ということに一言して、この長々しい「言い訳」をしめくりたい。これについての私自身の立場は、そもそもの《素粒子論・場の量子論から unification program を通じて宇宙論へ》という出発点自体が場の理論にあつて、物質構造と時空構造のかかわりが問題となった以上不可避なことであつた。連続的超選択則の由来や相転移において無限自由度が本質的役割を演ずることは重要で、無限自由度の量子系と時間空間構造（例えば、スケール）とのかかわりという一般的な意味での「場の理論的アプローチ」は常に必要と思われる。ただし、すべての分野が場の理論で記述されねばならぬというような馬鹿げた限定をつける必要はないと思う。むしろ、協同現象や観測理論、Boole値解析的アプローチで有効と思われる概念等を場の理論に拡張して、例えば宇宙論の統一的理解に資するようなレベルでの量子場の観測理論を確立することや、初めにも述べたゲージ理論での observable の構造変化、量子重力と古典重力の相互移行の問題、場の量子論から質点系の量子力学への移行過程、等々といった問題を考える方が重要だろう。

3. 量子論の代数的定式化と observable / state / dynamics

さて、やっと《場の量子論と非平衡・不可逆過程》の本題に入る。異なるスケールにおける理論の移行を問題にする以上、我々が扱うべき対象は固定された「1つの理論」ではない。1つの物理系の「ユニタリー非同値な」表現の扱いだけでなく、くりこみ群変換で問題となるようなパラメータ変動に伴う複数の「理論」間の移行関係をも視野においた議論が必要である。考察する state のタイプを、例えば真空状態や温度平衡状態のみに限定してしまうならば、Green 函数や vertex 函数のような c-数期待値に関するくりこみ群方程式を用いた議論で済むかもしれないが、非定常な background（曲がった時空、外力）のある状況や非平衡状態を考えるには、やはり、observable, state 及び dynamics という量子論の基本的な概念装置に対する考察は欠かせない。無限自由度系に特徴的なユニタリー非同値表現の系統的取扱いの必要を考慮すると、特定の Hilbert 空間での表現に依らずに、物理量をそれ自体として取扱う代数的定式化の立場を要求されるだろう。これには、Wightman 流に場を operator-valued distribution とみてその

test function space のつくる tensor 代数 (Borchers algebra) を出発点にとる立場と、有界な局所観測可能量のつくる c^* 代数に基く荒木-Haag-Kastler の立場の、二通りの流儀があるが、何れも一長一短あり、今のところ物理的にも数学的にも満足に行く仕方で場の理論を記述するような operator algebra の定義が確立しているわけではない。それはむしろ今後の重要課題の一つというべきだろう。しかし、だからといって、数学的厳密性のために物理とのつながりを断念したり、数学的側面を無視した物理的計算だけに終始する必要はないと思う。数学的帰結を、その成立要件の吟味もなくやみくもに応用を試る愚は慎まねばならないが、そのもたらす一定の定性的描像を物理的諸概念の整理・検討に役立たせ、目指すべき理論的枠組を方向づけることは必要でもありまた有用なことではなかろうか？そういう観点から、はじめに、いくつかの初歩的な数学的概念と帰結を、細かい数学的定式化には必ずしもこだわらず、その定性的側面・物理的解釈に重点をおいて再確認しておこう。そのかなりの部分が上記2つの立場の両方で成立するが、Borchers algebraの方が細かい限定句がついたりして複雑なので、以下は c^* 代数の version で*) 考えることにする。

i) observable algebra, state と GNS 表現

対象とする物理系を記述する observables 或いは field operators のつくる (c^*) 代数が与えられているとして、それを \mathfrak{A} と書く。(\mathfrak{A} には単位元 1 が入っているものとしておく。) その具体的イメージは、例えば、Hilbert 空間 \mathfrak{H} の中の有界作用素全体 ($B(\mathfrak{H})$ と書く) やその (ノルム位相で閉じた) 部分代数でよいが、実は既にそれは特定の表現を指定した見方になっている。非同値表現を問題にするということは、個々の表現には依らない 物理量それ自身 というものを前提して、それが Hilbert 空間上の operator として表現される仕方が色々あるという理解に立つことを意味する。代数的定式化 とは、この物理量それ自身を、演算子としての個々の表現から区別して意識的に取出し、抽象レベルでの代数 \mathfrak{A} として把えた上で、しかるのちその具体的表現を扱う、ということを明確にする立場である。それによって、表現毎に異なる性質とそうでない一般的性質が分離されて、問題の見通しが良くなるという「思考の経済」が生まれるが、メリットがそれだけでないことは以下で見るだろう。

さて次に、 \mathfrak{A} 上の state ω とは、各物理量 $A \in \mathfrak{A}$ にその期待値 $\omega(A)$ を対応させるという一般的な意味での 期待値汎函数 のことであるが、ゲージ場の相対論的定式化において現われるような不定計量の問題を無視する (か又は、 \mathfrak{A} が物理的な観測可能量だけしか含まないと考える) ならば、 \mathfrak{A} 上の規格化された正值線型汎函数として定式化される：

- a) $\omega(\lambda A + \mu B) = \lambda \omega(A) + \mu \omega(B)$
- b) $\omega(A^* A) \geq 0$
- c) $\omega(1) = 1,$

ただし、 $A, B \in \mathfrak{A}$, $\lambda, \mu \in \mathbb{C}$. \mathfrak{A} 上の state の全体を $E_{\mathfrak{A}}$ と書く。 ω_1, ω_2 が state ならば、勝手な $0 \leq \lambda \leq 1$ に対してその凸結合

) この話のレベルでは、 c^ 代数 (や von Neumann 代数) の正確な数学的定義はあまり必要ではない。気になる人は、例えば [4] を参照されればよい。

$$\omega = \lambda \omega_1 + (1 - \lambda) \omega_2 \quad (1)$$

も a) ~ c) をみたして state になるので, $E_{\mathfrak{A}}$ には pure state も mixed state も 区別なく入っていることに注意したい。 ω が pure state とは, $E_{\mathfrak{A}}$ の 端点, つまり (1) の形で non-trivial な分解が存在しないことである。 \mathfrak{A} の Hilbert 空間 \mathfrak{H} における表現 π とは, \mathfrak{A} の代数演算を保つ準同型 $\pi: \mathfrak{A} \rightarrow B(\mathfrak{H})$ のことである。今 ξ を \mathfrak{H} の規格化 vector とすれば, $\omega_{\xi}(A) \equiv \langle \xi, \pi(A)\xi \rangle$ は \mathfrak{A} 上の 1 つの state を与えるが, vector state だからといって ω_{ξ} が pure state だと考えるのは早計である。実は, どんな state ω も, pure か否かにかかわらず, ω から canonical に定まる Hilbert 空間 \mathfrak{H}_{ω} とその中での \mathfrak{A} の表現 π_{ω} 及び \mathfrak{H}_{ω} に属する規格化 vector Ω_{ω} によって vector state の形

$$\omega(A) = \langle \Omega_{\omega}, \pi_{\omega}(A) \Omega_{\omega} \rangle \quad (2)$$

にいつでも書けることが, GNS (Gel'fand-Naimark-Segal) 再構成定理によって保証される。'canonical' という意味は, (2) と, Ω_{ω} の cyclicity

$$\mathfrak{H}_{\omega} = \overline{\pi_{\omega}(\mathfrak{A}) \Omega_{\omega}} \quad (3)$$

をみたすような三つ組 $(\mathfrak{H}_{\omega}, \pi_{\omega}, \Omega_{\omega})$ [GNS triplet, GNS 表現などと呼ぶ] は unitary 同値を除いて一意に決まる, ということである。証明は単純だが, きちんと書き出すと長くなるので省略する。必要なら [4] 参照のこと。cyclicity (3) の物理的意味は, 系 \mathfrak{A} の物理量の作用を通じて state ω に結びつけられるような state, つまり, $\pi_{\omega}(A) \Omega_{\omega}$, $A \in \mathfrak{A}$, の全体が GNS 表現空間 \mathfrak{H}_{ω} を構成するということで, これがふつう「理論は真空中で決まる」と言い慣らわされていることの内容である。ただし, この ω は別に「真空」状態に限らなくとも \mathfrak{A} の一般的な期待値汎関数 $\in E_{\mathfrak{A}}$ なら何でもよく, ω を動かすとそれにつれて ω から決まる「理論」 \mathfrak{H}_{ω} もどんどん動いてしまうので, 一般に 1 つの Hilbert 空間を fix するわけにはいかない。例えば, 無限自由度系の異なる温度に対する二つの平衡状態 (KMS 状態) $\omega_{\beta_1}, \omega_{\beta_2}$ には, \mathfrak{A} の disjoint 表現 $\pi_{\omega_{\beta_1}}, \pi_{\omega_{\beta_2}}$ が対応する (i. e. 二つの表現のどんな部分表現の pair もユニタリー同値にならない) ので, $\mathfrak{H}_{\omega_{\beta_1}}$ と $\mathfrak{H}_{\omega_{\beta_2}}$ は「直交」し, 系の物理量の作用でこの 2 つの「理論」を結びつけることはできない。つまり, 温度を変える操作 $1/\beta_1 \rightarrow 1/\beta_2$ を物理的過程として実現するには, 系 \mathfrak{A} の外からの何らかの作用が必要になるわけだが, こういう具合に, Hilbert 空間 \mathfrak{H}_{ω} のレベルでは滑らかに繋がらないものが, (c^*) 代数上の state ω のレベルでは自由に動かせるというのは, 代数的定式化のメリットの 1 つといえよう。

mixed state まだが 1 個の vector Ω_{ω} で (2) の形に書けてしまうのは奇妙だと思われる人もあるかもしれないが, これは別に不思議なことではない。 ρ を Hilbert 空間 \mathfrak{H} 上の density matrix として, mixed state $\omega(A) \equiv \text{Tr}(\rho A)$ を考えるなら, $\rho^{\frac{1}{2}}$ は Hilbert-Schmidt class の operator がつくる Hilbert 空間 $(\cong \mathfrak{H} \otimes \overline{\mathfrak{H}})$ に属する 'vector' であって, $\Omega_{\omega} \equiv \rho^{\frac{1}{2}}$, $\pi_{\omega}(A) \sigma = A \sigma$ ($\sigma \in \mathfrak{H} \otimes \overline{\mathfrak{H}}$) とすれば, Hilbert-Schmidt 内積 $\langle \sigma, \tau \rangle_{\text{HS}} \equiv \text{Tr}(\sigma^* \tau)$ を用いて

$$\langle \varrho_\omega, \pi_\omega(A) \varrho_\omega \rangle_{\text{HS}} = \text{Tr}(\rho_{\frac{1}{2}} A \rho_{\frac{1}{2}}) = \text{Tr}(\rho A) = \omega(A)$$

が成り立つ。1つのstate vector ϱ_ω がpureかmixedかは、 ϱ_ω だけをいくらじくり回しても決まることではなく、次の定理が示すように、 \mathfrak{H}_ω で表現された物理量のつくる代数 $\pi_\omega(\mathfrak{A})$ が $B(\mathfrak{H}_\omega)$ の中で占めるrelativeな'size'に依ることなのである：

定理 $\omega \in E_{\mathfrak{A}}$ が pure state

\Leftrightarrow 表現 $(\pi_\omega, \mathfrak{H}_\omega)$ は既約

\downarrow (Schur lemma)

$$\Leftrightarrow \pi_\omega(\mathfrak{A})' \equiv \{ B \in B(\mathfrak{H}_\omega) ; [B, \pi_\omega(A)] = 0 \quad \forall A \in \mathfrak{A} \}$$

$$= \{ \lambda 1_{\mathfrak{H}_\omega} ; \lambda \in \mathbb{C} \} \equiv \mathbb{C} 1_{\mathfrak{H}_\omega}$$

$$\Leftrightarrow \pi_\omega(\mathfrak{A})'' = B(\mathfrak{H}_\omega).$$

直交補空間を2回とる操作でHilbert空間の部分空間 K の閉包 \overline{K} が得られる： $K^{\perp\perp} = \overline{K}$ ，ように、 $\pi_\omega(\mathfrak{A})$ のdouble commutant $\pi_\omega(\mathfrak{A})''$ は、operatorの弱収束の意味での閉包に等しく(von Neumannの定理)，従って、 ω : pureということは、表現空間 \mathfrak{H}_ω の任意のoperator ($\in B(\mathfrak{H}_\omega)$) が、上の位相の意味で物理量 $\pi_\omega(A)$ ($A \in \mathfrak{A}$) によって十分よく近似されるということを意味する。これに対して、 ω : mixed のときは、すべての物理量 $\pi_\omega(A)$ ， $A \in \mathfrak{A}$ ，と可換で非自明なoperator $\neq \lambda 1_{\mathfrak{H}_\omega}$ が存在し： $\pi_\omega(\mathfrak{A})' \neq \mathbb{C} 1_{\mathfrak{H}_\omega}$ ，従って、我々の手持ちの物理量の全体 $\pi_\omega(\mathfrak{A})$ を動員しても、 \mathfrak{H}_ω 中のstatesを区別し切るだけの情報が得られないことになる。即ち、 $\pi_\omega(\mathfrak{A})'$ の中にunitary operator $U \neq \lambda 1_{\mathfrak{H}_\omega}$ が必ずとれて、

$$\omega(A) = \langle \varrho_\omega, \pi_\omega(A) \varrho_\omega \rangle = \langle U \varrho_\omega, \pi_\omega(A) U \varrho_\omega \rangle$$

となるので、2つの相異なるvectors ϱ_ω ， $U \varrho_\omega$ が同じ1つのstate ω を与えることになっている。

ii) 古典系と量子系の関係

もう一つ、この一般論のレベルで見ておきたいのは、古典系と量子系の関係についての理解の仕方である。古典系ということを、物理量の代数 \mathfrak{A} の可換性として一般的に捉えることにすると、(単位元をもつ c^* -代数の範疇では) \mathfrak{A} は実は或る(compact Hausdorff)位相空間 \mathcal{Q} 上の連続関数全体 $C(\mathcal{Q})$ に一致することがわかる(Gel'fandの定理)。ここで注目したいのは、初めに函数空間などというものを仮定せず、単に抽象的な可換 c^* -代数 \mathfrak{A} という代数構造(+ \mathfrak{A} の位相) だけから出発したにもかかわらず、 \mathfrak{A} にその上の連続関数環としての具体形を与えるような空間 \mathcal{Q} が自動的に出てきてしまうという点である。この空間 \mathcal{Q} とは、実は \mathfrak{A} 上のpure stateの全体に他ならないが、 χ : pure state $\in \mathcal{Q}$ の条件は、この場合、'character' の条件

$$\chi(AB) = \chi(A) \chi(B) \quad (A, B \in \mathfrak{A})$$

と同等である。抽象的な可換 c^* -代数 \mathfrak{A} の元 A と「具体的」な連続関数環 $C(\mathcal{Q})$ の元 A とは、

$$\hat{A}(\chi) = \chi(A) \quad (\chi \in \mathcal{Q})$$

で結ばれ、Gel'fand変換と呼ばれる対応 $A \rightarrow \hat{A}$ は Fourier 変換の一般化でもある。この対応によって、 \mathfrak{A} 上の一般的な state ω とは、 \mathcal{Q} 上の確率測度 μ_ω と見なされ、

$$\omega(A) = \int_{\mathcal{Q}} \hat{A}(\chi) d\mu_\omega(\chi),$$

pure state $\chi \in \mathcal{Q}$ は、 \mathcal{Q} 上の Dirac 測度 δ_χ ; $\chi(A) = \hat{A}(\chi) = \delta_\chi(\hat{A})$, に他ならない。state ω に対応する GNS 表現は、 $\mathfrak{H}_\omega = L^2(\mathcal{Q}, \mu_\omega)$, $\omega_\omega(\chi) \equiv 1$, $(\pi_\omega(A)\xi)(\chi) = \hat{A}(\chi)\xi(\chi)$ ($\xi \in \mathfrak{H}_\omega$), で与えられ、 $\pi_\omega(\mathfrak{A})'' = L^\infty(\mathcal{Q}, \mu_\omega)$ となる。このとき、古典的な意味のゆらぎとは、state ω に対応する確率測度 μ_ω の (台の)「拡がり」に対応するだろう。それを pure state にまで分解してしまえば、得られるものは 'phase space' \mathcal{Q} における拡がりのない定まった 1 点 χ であり、その GNS 表現空間 $\mathfrak{H}_\chi \cong \mathbb{C}$ は 1 次元、 $\pi_\chi(A) = \chi(A) = \hat{A}(\chi)$, でそこには最早「ゆらぎ」・「構造」は残らない。これに対して、 \mathfrak{A} が量子系を記述する非可換代数ならば、state としてもうこれ以上分解できない pure state ω に到達するところまで完全に状態指定をし切ってもなお、そこには non-trivial な非可換代数構造をもった既約表現 $(\mathfrak{H}_\omega, \pi_\omega, \mathcal{Q}_\omega)$ が残る [というよりむしろ、既約表現での量子論が、「普通の」量子論としてイメージされてきたのであって、それが vector state = pure state という思い込みの原因だったわけなのだが……]。その non-trivial な内部構造こそが量子ゆらぎを与えるものとみなされるべきだろう。(まだ dynamics を入れてないこの段階で言うのは多少早とちりの嫌いがあるが) しばしば問題にされる「古典論なら、有限体積中の有限自由度系でも K-flow (や chaos) がありうるのに、どうして量子論だとそうならないのか?」という事情の自然な理解には、この観点からの比較が必要と思われる。つまり、力学変数の視点から、phase space の変数 (q, p) と量子論的演算子 (\hat{q}, \hat{p}) との対応を考えるのは自然だとしても、state の観点からするなら、量子論での正準交換関係 $[\hat{q}, \hat{p}] = i\hbar 1$ の既約表現 \leftrightarrow pure state に古典論で対応すべきものは phase space の 1 点なのである。解軌道の初期条件への鋭敏な依存性というような問題は、明らかにこの後者の state (と勿論 dynamics も) の観点からみるべきものであり、古典論での誤差、ゆらぎに含まれる phase space 上の相異なる 2 点 χ_1, χ_2 には、unitary 非同値な 2 つの既約表現が伴っているのに対して、(無限体積中の)有限自由度の正準交換関係に対する 2 つの既約表現は、von Neumann の一意性定理によって、つねに unitary 同値になってしまうことに注意したい。

何にせよ、上述のような代数的定式化によって、可換・非可換以外の点では何ら区別なく、古典系・量子系を同じ枠組で統一的に取扱うことができ、まさにそのことによって両者の首尾一貫した対応関係と共に可換・非可換に由来する本質的な違いが明らかになるという点は、特にミクロ・マクロの相互関係を考える上で重要だと思われる。

iii) dynamics

物理系の時間発展を考える際、Hamiltonian 或いは Lagrangian の概念の重要性は改めて繰返すまでもない。しかし、無限自由度系の量子論へ行ったとき、それがどういう形をとってしかるべき意味づけを与えられるかという問題は、周知の紫外発散にまつわる complication を別としても、決して単純ではな

い。通常の場合の理論における、時間発展＝時間並進不変性の形で考えるにせよ、ひとたび真空や平衡状態を離れて非定常状態を扱うことになれば、それは状態による対称性の破れに他ならず、真空状態による破れとしての対称性自滅と類似の現象、即ちsymmetry generatorとしてのHamiltonian operatorのbreakdownに導く可能性は幾らもある。Hamiltonian operatorの表現依存性ということは、無限自由度の量子系でなくとも、既に古典力学において非常にtrivialな形で理解できる。この場合、対応するのはphase space上のLiouville operatorだが、これは、1つの時間不変な混合状態としてのLiouville measure μ に伴うGNS表現空間 $L^2(\mathcal{Q}, \mu)$ 上で与えられている。もし、pure state＝phase space上の1点 x を考えるなら、それが不動点でない限り、時間発展とともに別の点(＝pure state)に移ってしまうので、 x のGNS space $\mathfrak{H}_x \cong \mathbb{C}$ 上にHamiltonian operatorは存在しえない。これは極端な例であるにせよ、von Neumannの一意性定理の成り立つ有限自由度の量子力学での状況の方がむしろ特殊ケースというべきなのである。だとすれば、(実際計算や理論構成の手続き上での便宜は別として、少なくとも概念的には) Hamiltonian operatorをprimary objectとみなすのは、代数的定式化の立場にそぐわない。

そこで、通常採用されるのは、物理系を記述する c^* -代数 \mathfrak{A} 上の1径数自己同型群 $R \ni t \rightarrow \alpha_t \in \text{Aut } \mathfrak{A}$, として時間発展を代数的に把える立場である。各 t 毎に α_t は \mathfrak{A} から \mathfrak{A} への(c^* -代数の意味での)自己同型($\in \text{Aut } \mathfrak{A}$)であって、

$$\alpha_0 = \text{Id}_{\mathfrak{A}}, \quad \alpha_{s+t} = \alpha_s \circ \alpha_t.$$

state $\omega \in E_{\mathfrak{A}}$ がもし定常状態, $\omega \circ \alpha_t = \omega$ ($\forall t \in R$), ならば, GNS表現 $(\mathfrak{H}_{\omega}, \pi_{\omega}, \mathcal{Q}_{\omega})$ において,

$$U_{\omega}(t)(\pi_{\omega}(A)\mathcal{Q}_{\omega}) \equiv \pi_{\omega}(\alpha_t(A))\mathcal{Q}_{\omega}$$

とすることで \mathfrak{H}_{ω} 上の1径数unitary群 $U_{\omega}(t)$ が得られ、さらに $t \mapsto \alpha_t$ が(強)連続ならば、 \mathfrak{H}_{ω} 上にHamiltonian operator H_{ω} が存在して $U_{\omega}(t) = e^{itH_{\omega}}$ というfamiliarな状況が再現される。[とはいっても、この H_{ω} は ω -dependentであり、例えば ω が $T \neq 0^\circ\text{K}$ の温度平衡状態なら、そのスペクトルは正負対称で、通常のエネルギーのイメージに必ずしも合致しない。 $H_{\omega} \geq 0$ を要求するなら、 ω は $T = 0^\circ\text{K}$ の真空＝基底状態以外ではありえなくなることに注意したい。]この状況で、非平衡定常状態の考察や不安定性と不可逆性の関連づけにおいて重要なK-flowの概念等、掘り下げるべき問題は、まだまだ幾らもあるだろう。

しかし、前節で述べたように、宇宙進化の問題も意識しつつ我々が今気にしているのは、背景重力場や外力のもとでの非平衡性や、さらには散逸性・不可逆性をも取込むような一般的な視点である。たとえば、背景重力場や外力の時間依存性を許し時間軸の並進対称性を破った形で時間発展を記述しようとするならば、ずらしの時間幅だけではtime shiftは決まらずに、起点 t_1 と終点 t_2 の両方に依存する。したがって先の α_t は $\alpha_{t_2 \leftarrow t_1}$ の形におきかえねばならない。多少とも実際の議論ができるのは今のところこの形だけである(例えば、preliminary discussionとして[5])が、しかし、場の量子論や一般相対論の観点からはこれでは不満足である。それは、「 t_1 から t_2 へのtime shift」という記述が既に、時空多様体

の中で global な意味をもつ時間座標 t の存在を前提してしまっており、そのため global hyperbolicity のような一定の制限を予め時空に課することになるというのがまず一つ。さらに重要なことは、shift される物理量は各時刻 t (の 3 次元 spacelike hypersurface 上) で \mathfrak{A} の元としての意味をもたねばならないが、それは紫外発散による場の演算子の特異性を考慮すると殆ど不可能に近い。意味のある物理量を得るには、少なくとも時間方向の広がり¹⁾を許す必要があり、時空の有限領域 O 毎にその中で時空的に広がった物理量のつくる local algebra $\mathfrak{A}_\bullet(O)$ を考える荒木-Haag-Kastler タイプの枠組が要求される所以である。この枠組でも、時間並進不変性としての時間発展ならば、あらゆる時空領域を一斉に時間方向へ t だけズラせる操作として、1 径数群 α_t による記述に間に合ったが、非対称性が入ると、各局所領域毎に動き方が異なるのだから、最早それではすまなくなる。どういう記述法が最適か判断の難しい所だが、多様体上の幾何学的構造がすべて擬群構造として扱えられるのに鑑て、とりあえず、時空多様体 M の local diffeomorphisms $r: U \rightarrow V$ ($U, V: M$ の local charts) から成る或る擬群 T を考えて、各元 r に local algebras の間の c^* -同型 $\alpha_r: \mathfrak{A}_\bullet(U) \rightarrow \mathfrak{A}_\bullet(V)$ が対応するとしてみよう。 $r: U \rightarrow V$ が相互に timelike な U, V を結ぶとき、 α_r を時間発展とみなそうというわけである。こんな広い枠組で主張できることが、ごく一般的な内容に限られるのは当然だが、それでもいくつかの重要な教訓は引き出せるだろう。

まず、 $r_1, r_2 \in \Gamma$ が合成可能: $r_1 \circ r_2 \in \Gamma$ 、のとき、 $\alpha_{r_1 \circ r_2} = \alpha_{r_1} \circ \alpha_{r_2}$ を要求するのは自然であり、また identity $1_O: O \rightarrow O$ には $\mathfrak{A}_\bullet(O)$ の恒等写像 $\text{Id}_{\mathfrak{A}_\bullet(O)}$ が対応すべきである [つまり、 $(\mathfrak{A}; \alpha)$ は、多様体 M の local chart を object にもち、 $r \in \Gamma$ を morphism とする category としての擬群 Γ から、 c^* -代数の category への covariant functor]。 $r: U \rightarrow V$ の state $\omega \in E_{\mathfrak{A}_\bullet(V)}$ への作用は

$$(\alpha_r^* \omega)(A) = \omega(\alpha_r(A)) \quad (A \in \mathfrak{A}_\bullet(U)), \quad (4)$$

で与えられる。散逸性ということを見ると、 r が「非常に遠く離れた」 U と V を結びつける場合にまで α_r の同型性を要求してよいかどうか問題であるが、少なくとも、或る「狭い」範囲での同型性は、異なる時空領域で行なわれる「同種の」実験を同じものと見做して、「反復事象」を実現させるためには不可欠だろう。それなしには、量子論の確率解釈 [6] は成り立ちえない。きわめて形式的に単純化するならば、それは r^{-1} の存在に基づく

$$\alpha_r^{*-1}(\omega)(\alpha_r(A)) = \omega(\alpha_{r^{-1} \circ \alpha_r}(A)) = \omega(A)$$

という等式の成立の問題である。

iv) Heisenberg picture/Schrödinger picture

具体性は乏しいにせよ、これで一応、物理量、state 及び dynamics、という最小限必要な道具立てだけは揃ったことになる。そこで、非平衡性、不可逆性、階層移行の問題を考えるために、この三者の相互関係をもう少しみておきたい。時間的に変動する背景重力場を考えれば、状態の非平衡性はむしろ自明のことであり、問題は、具体的にどういう形でその状態指定が可能か (e.g. 局所温度分布や粒子モード毎の時間的に変化する温度をもつ状態をどう与えるか?)、その時間的変化をどう記述するか、さらには、それをどうやって具体的に計算可能な量 (少なくとも原理的に) に結びつけるか、等ということだろう。

ここでは、前二者において既に異なる 2つの階層が絡んでおり、その分離と統合の視点が重要になることを見る。三つ目は[5]での preliminary な考察を除いて、全くの open problem である。

さて、物理量の時間発展 (Heisenberg 表示) と state のそれ (Schrödinger 表示) との関係については、周知のように、通常量子力学では、この二つの同等性に何ら問題は生じない。しかし、相対論的場の理論へ行くと、既にふれたように、《時刻 $t=0$ での場の演算子》というものが (低次元の時空は別に) 意味を失うために、Heisenberg 表示の operator formalism のみが許される。真空状態は $P_\mu | 0 \rangle = 0$ によって規定されて 全時空を覆う 非局所的な概念となり、すべては、4次元時空の全体を眺め渡してはじめて決まることになる。しかるに、この「4次元の全時空」が現実の世界において覆っている範囲はと問うならば、実のところ、それは素粒子反応の起こる舞台である emulsion chamber や bubble chamber、もっと広くとつてもせいぜい加速器程度の拵がりの空間と、実験の継続される時間間隔程度の時空領域でしかないのである。(勿論、素粒子現象に特徴的なスケールからみて、この有限時空領域を無限大とみなす 近似の妥当性は疑うまでもないことだが。) 物理的に見るならば、ここで我々が S-matrix を介して見ているものは、散乱過程を通じての 'in-state' から 'out-state' への 状態変化 以外の何物でもなく、《物理量のみが動いて状態は不変に留まる》という Heisenberg 表示の解釈を文字通りにとることはできない。温度・圧力や磁場などの変化を通じて動的な相転移現象を追うということになれば、state change ということの重要性は尚更はつきりする。

そういうわけで、相対論的場の理論といえども、Schrödinger 流に状態変化を扱うという視点をすべて追い出すわけにはいかないのである。他方、異時間相関の与える物理的情報の重要性を考えると、Heisenberg 流の物理量の時間発展も不可欠である。両方必要となれば、その相互関係が問題だが、in, out-states については、熱力学と類似の見方で 前後関係のみを残して、その explicit な時間依存性は $t = \pm\infty$ の彼方に消し去られている。同じことを、ここでの一般的枠組で考えてみると話はそう単純ではない。一つは、物理量と state で時間発展の「進行方向」が逆転する問題である。これは $r \in \Gamma$ の state への作用(4)の contravariance の単純な帰結にすぎないが、通常の 1 径数群 による時間並進不変性としての時間発展なら、その 可換性 の故にこういうことは問題にならなかった。しかるに、擬群 Γ による記述でも、始時刻 t_1 から終時刻 t_2 への time shift という記述でも、非可換性 は避けられない。

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_r : \mathfrak{U}(U) \rightarrow \mathfrak{U}(V) \\ \alpha_{r_1} \circ r_2 = \alpha_{r_1} \circ \alpha_{r_2} \end{array} \right\| \begin{array}{l} \alpha_r^* : E_{\mathfrak{U}(U)} \leftarrow E_{\mathfrak{U}(V)} \\ \alpha_{r_1}^* \circ r_2 = \alpha_{r_2}^* \circ \alpha_{r_1}^* \end{array}$$

r^{-1} を用いて $\alpha_r^* \circ r$ を考えれば、 α_r と $\alpha_r^* \circ r$ の「進行方向」を揃えることは可能だけれども、これは標準的な 1 径数群の時間発展での対応関係に反するし、何よりも、これでは、不可逆過程 への拡張の道を塞ぐことになってしまう。

もう一つは、「完全な」Heisenberg 表示が果たしてありうるかという問題である。時間発展の効果をすべて物理量の動きによって表わし切り、かつそれを期待値に結びつけようとするなら、既に Minkowski 空間での真空状態で見たのと同様、時空多様体 M の全域にわたって global に意味をもつひとつの state が用意されていなければならない。しかし、我々の local physics の視点からは、まず得られる情報は、

実験過程と結びついた局所領域 ω 上のlocal stateであり、‘global state’は、各 ω で与えられた ω の全体をconsistentに貼り合せて得られるはずのものだろう。だが、それは、Mがglobally non-trivialなら数学的に不可能なことがありうるし、また、(不可逆な)宇宙進化途上では、過去から未来をすべて見通す「神」か「量子論的Laplace’s demon」の力でも借りぬことには物理的に実現不可能な課題である。もう一度、相対論的場の理論による散乱過程の記述を繰り返るなら、4次元 $\text{spacetime viewpoint}$ に立つHeisenberg stateの概念は、その中で展開されるミクロdynamicsのboundary conditionにおける変動が無視できるような局所的時空領域に限定さるべきものだろう。時空のnon-trivialな構造変化が問題になるような大きな領域への理論の拡張・接続は、boundary conditionの変化を反映したstate change (それはミクロ過程の集積効果として記述されるべきものだが)を伴ってなされるのが自然だろう。つまり、《ミクロのHeisenberg dynamics》と《「マクロ」のstate change》という、(少なくとも)2つの異なるレベルを区別し分離する視点の重要性である。同じことが、観測における町田・並木・荒木理論でも特徴的に見られた。これは、stateの概念が、物理系を特定の「状態」に「揃える」ためのstate preparationの過程と深く結びついて規定され、ミクロ系をマクロ的世界との接触を通じて特徴づけるものであることを考えれば、決して奇異なことではない。

一旦分離された2つのレベルは、再び結び合わされて統一的連関を取戻すことなしには、一つの理論を構成しえない。始時刻 t_1 から終時刻 t_2 へのtime shiftの場合の簡単な考察[5]からは、この統合を可能にするものは、相互作用表示の見方であるように思われる。実際、この表示では、stateとobservableの時間発展の「進行方向」は一致しており、^[5]この段階でなら無理なく不可逆性を持込める。相互作用表示は、相対論的場の理論での散乱理論の場合、無限に広がった時空のPoincaré不変な真空という「理想化」が帰結する「Haagの定理」のために、単なる摂動計算の便法に格下げされてしまっている。しかし、漸近場とそれを結ぶS-matrixによる巧妙な定式化も、よくよく見れば、一旦否定された相互作用表示のessenceを、相対論的不変性と調和するきれいな形でeffectiveに復活させたものに「すぎない」。しかも、それは真空表現にはうまくfitするが、有限温度の場合には、形式的にあてはめるとどんな場合でもS-matrix $\equiv 1$ 、という意味のない結果しかもたらさない[7]。重要なことは、上に述べた2つのスケールのeffectiveな分離とそれを踏まえて相互作用表示の物理的内容のessenceを、如何にconsistentな定式化の中に組み入れるかという問題であろう。それには、時間のミクロ・マクロ・スケール変換とそれに対応した形での漸近条件=くりこみ条件の見直しがかぎになるように思われる。

4. 終わりに

本来なら、このあとに不可逆性の問題、特に、完全正写像による不可逆なdynamicsの定式化、dilation=不可逆系の可逆系への埋め込みとその「逆」としてのcoarse graining=条件付期待値 \Rightarrow entropy生成、等の問題を、前節の観点から考察すべきであった。しかし、既に長々と書いてしまったので、これは他日を期すことにしたい。ただ一点触れておきたいのは、ここで基軸となる“open system”、或いは、《subsystem \leftrightarrow total system》、という階層間関係のもう一つの捉え方の重要性である。単純化して言えば、対象系を“subsystem”とし、それ以外の部分を「環境」と見做す観点であるが、この分割は必ず

しも空間的配置に基くものである必要はない。こういう視点は、対象系だけを扱っているつもりの前節の話でも、その state-observable に関する議論が示すように、実は量子論の一番基本的な概念設定の所にまで忍び込んでいるものであり、町田・並木・荒木理論での観測過程＝波束の収縮の議論にも勿論、この問題は密接に絡んでいる。既に述べた《 bundle 構造, local \leftrightarrow global (\Rightarrow 紫外 \leftrightarrow 赤外) 》, 《 個別的構造 \leftrightarrow 分類空間 (= 構造の分類指標が形成する高次構造) 》という視点と併せて、《 subsystem $\xrightleftharpoons[\text{条件は期待値埋込み}]{}$ total system 》というこの図式も、階層移行を記述する有力な概念装置の候補の一つだろう。これらは多分別々のものではなく、相互に深く結びついており、然るべき具体例に即して、その相互関係を掘り下げることも、何れは有用になるのではなかろうか？

文 献

- [1] P. Nelson & L. Alvarez-Gaumé, Comm. Math. Phys. **99**, 103 (1985)。
- [2] 並木美喜雄, マクロ系の量子力学と観測問題 [物理学最前線 10 (共立出版) 所収] 及びそこに引用された文献を参照のこと。
- [3] 柳瀬睦男, 現代物理学と新しい世界像 (岩波書店)。
- [4] 梅垣寿春・大矢雅則・日合文雄, 作用素代数入門 (共立出版); O. Bratteli & D. W. Robinson, Operator Algebras and Quantum Statistical Mechanics, I (Springer)。
- [5] I. Ojima, preprint RIMS-532 (1986) (to appear in Z. f. Physik C)。
- [6] H. Araki, ETH Lectures (Einführung in die axiomatische Quantenfeld theorie I) 1961/62 を参照のこと。
- [7] H. Narnhofer, M. Requardt & W. Thirring, Comm. Math. Phys. **92**, 247 (1983)。

確率過程の方法による非平衡熱力学

京大・理 長谷川 洋

§ 1. 序

非平衡熱力学に関する昔からのテーマは「エントロピー生成 (entropy production)」の問題である。これは文字通り現象論としての熱力学に出現し、これまで統計力学的にその基礎を与えようとする努力がなされながらも決して成功を収めたとは云えない非平衡系に関する基本問題の一つである。'60年代初頭までの結果は de Groot-Mazur の教科書¹によくまとめられており、確率過程の方法がこの問題に有効なものであることが示唆されている。一方、確率過程の数学的手段は 70 年代以降量子確率過程をも含め著しい発展を遂げていることが認められ、これを駆使して問題に光を当てることは有意義なものがある。

'60 年代から '70 年代にかけてエントロピー生成概念を非平衡系の研究の道具立てに用いたのは I. Prigogine とそのスクールであった。その将来への展望は巨視的体系が 'かたち' を形成する法則を集大成しようとするもので、彼がその書²において「散逸構造 (dissipative structure)」と呼んだ自然の秩序形